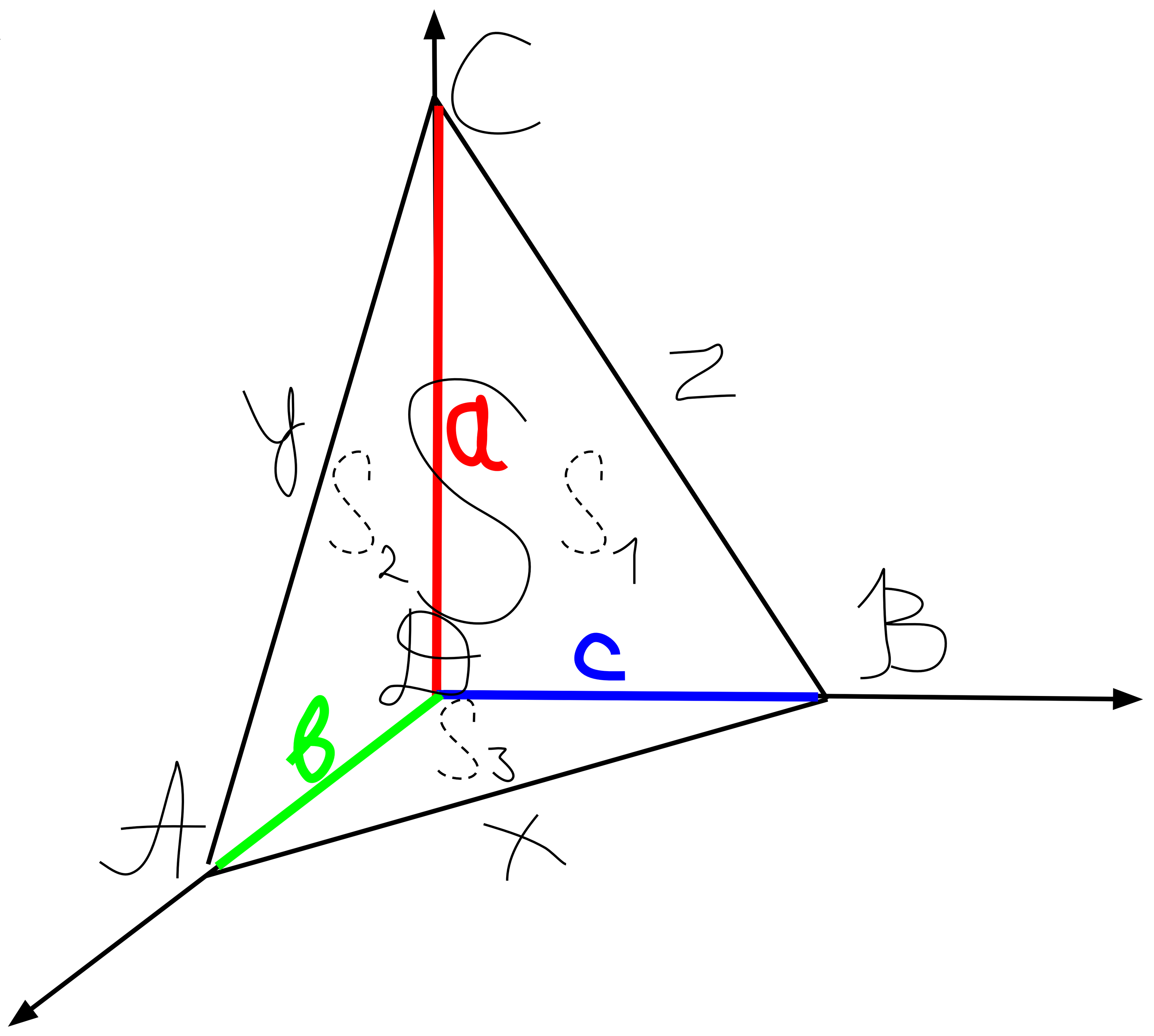
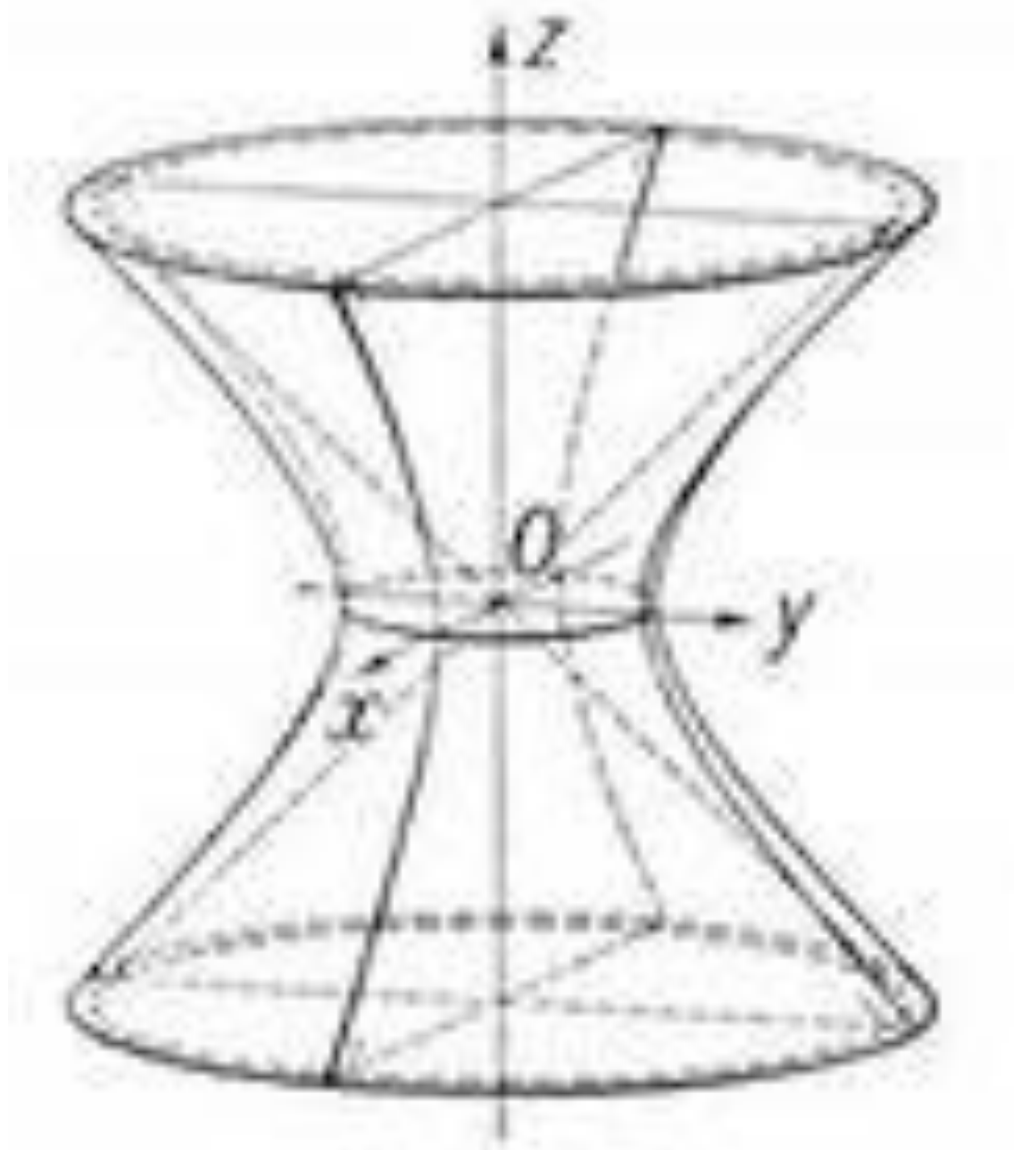
Формулировка: Докажем, что сумма квадратов площадей 3-х прямоугольных треугольников, имеющих общую вершину при прямых углах и являющихся гранями тетраэдра равна квадрату площади 4-ой грани этого тетраэдра.

S^2 = (S_1)^2 + (S_2)^2 + (S_3)^2

Док-во:




**Гиперболическая геометрия**

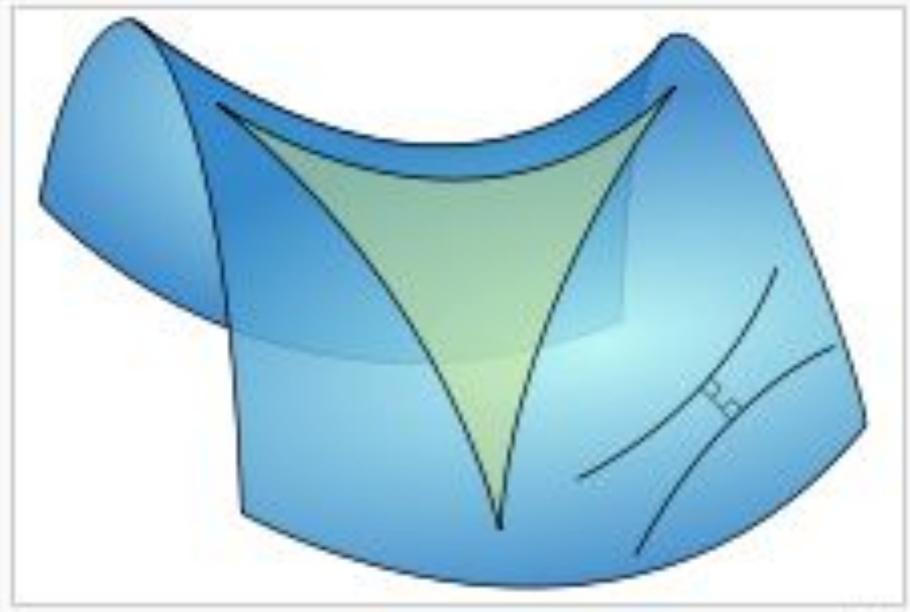
Для прямоугольного треугольника в гиперболической геометрии со сторонами *a*, *b*, *c*, если сторона *c* расположена напротив прямого угла, соотношение между сторонами будет такое[25]

$$\operatorname{ch} c = \operatorname{ch} a \operatorname{ch} b$$

где ch — гиперболический косинус[26]. Эта формула является частным случаем гиперболической теоремы косинусов, которая справедлива для всех треугольников:[27]

$$\operatorname{ch} c = \operatorname{ch} a \operatorname{ch} b - \operatorname{sh} a \operatorname{sh} \cos\gamma\ ,$$

где $\gamma$ — это угол, вершина которого противоположна стороне *c*.



Гиперболический треугольник

Используя ряд Тейлора для гиперболического косинуса $\operatorname{ch} x \approx 1 + x^2/2$ можно доказать, что если гиперболический треугольник уменьшается (то есть, когда *a*, *b*, и *c* приближаются к нулю), то гиперболические соотношение в прямоугольном треугольнике приближаются к теореме Пифагора.